

5. В равнобедренный треугольник  $ABC$ ,  $|AB| = |BC|$ , с углом при вершине  $B$ , равным  $\alpha$ , вписан круг  $D_1$ . Круг  $D_2$  касается круга  $D_1$  и отрезков  $AB$  и  $BC$ , круг  $D_3$  касается круга  $D_2$  и отрезков  $AB$  и  $BC$  и т.д. а) Найдите радиус круга  $D_1$ , если угол  $\alpha$  равен  $30^\circ$  и длина основания  $AC$  равна 5. б) Найдите угол  $\alpha$ , если отношение суммы площадей всех кругов  $D_k$  к площади треугольника  $ABC$  равно  $\pi/8$ .

#### ФИЗИКА

1. Три конденсатора с емкостями  $C$ ,  $3C$  и  $2C$  соединены так, как показано на рисунке 1. К цепи приложили напряжение  $U$ . Найдите заряд конденсатора емкостью  $3C$ .

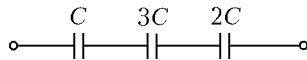


Рис. 1

2. Тело взвешивают на неравноплечных, но уравновешенных весах.

На одной чашке весов тело уравновешивается гирей массой  $m$ , на второй – гирей массой  $1,44m$ . Чему равна истинная масса тела?

3. Математическому маятнику длиной  $l$ , находящемуся в положении равновесия, толчком сообщили некоторую скорость, и маятник начал совершать колебания. Известно, что максимальный угол отклонения маятника от положения равновесия равен  $\varphi_0$  ( $\varphi_0 \ll 1$ ). Через какое минимальное время после толчка скорость маятника равна половине его максимальной скорости?

4. Легкий воздушный шар, заполненный гелием, находится в равновесии в атмосферном воздухе. Найдите отношение массы оболочки шара к массе гелия в шаре. Молярная масса гелия  $M_{\text{г}} = 4$  г/моль. Считать, что молярная масса воздуха  $M_{\text{в}} = 29$  г/моль. Упругостью и толщиной оболочки шара пренебречь. Температура гелия равна температуре окружающего воздуха.

5. Тело покоится на наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между телом и плоскостью  $\mu$  равен тангенсу угла наклона плоскости  $\alpha$ , т.е.  $\mu = \text{tg } \alpha$ . В некоторый момент времени тело толкают со скоростью  $v_0$  в направлении, перпендикулярном направлению наискорейшего спуска с плоскости (рис.2). Какой будет величина скорости тела в тот момент, когда вектор скорости  $\vec{v}_1$  будет составлять угол  $\beta$  с этим направлением?

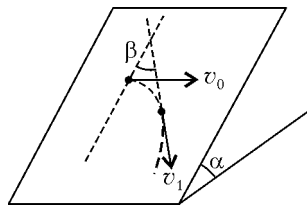


Рис. 2

Публикацию подготовили А.Баскаков, С.Муравьев,  
Д.Теляковский

## МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

### Олимпиада «Физтех-2010»

Физико-математическая олимпиада «Физтех-2010» входит в перечень олимпиад школьников на 2009/10 учебный год, утвержденный Министерством образования и науки России. Олимпиада прошла в 33 городах России.

Победители и призеры олимпиады награждаются дипломами первой, второй и третьей степени. Победители (диплом первой степени) приравниваются к лицам, набравшим максимальное количество баллов по ЕГЭ по данному предмету. Призеры (дипломы второй и третьей степени) имеют льготы, определяемые приемной комиссией вуза.

#### МАТЕМАТИКА

##### Вариант 1

1. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  основание  $AC$  равно 1, угол  $ABC$  равен  $2\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ . Точка  $D$  лежит на стороне  $BC$  так, что площадь треугольника  $ABC$  четверо больше площади треугольника  $ADC$ . Найдите расстояние от точки  $D$  до прямой  $AB$  и радиус окружности, описанной около треугольника  $ADC$ .

2. Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x \cos 5x - \sin 2x \cos 6x}{\cos x} = 0.$$

3. Решите неравенство

$$\sqrt{\frac{18-x}{2+x}} > -x.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_x (y+1) = 4 \log_{x+2} \sqrt{y-1}, \\ \log_{y-1} (x+2) = \log_x \left( \frac{x^3}{y+1} \right). \end{cases}$$

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + |x+1| - 2y = 0, \\ x^2 + y^2 - 2ay + 2a = 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

6. Основанием треугольной пирамиды  $SABC$  является правильный треугольник  $ABC$  со стороной 8. Боковое ребро  $SC$  перпендикулярно основанию и имеет длину 15. Сфера, центр  $O$  которой лежит в плоскости  $SBC$ , касается ребер  $SA$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  соответственно. Найдите  $AA_1$ , расстояние от точки  $O$  до ребра  $BC$  и радиус сферы.

*Вариант 2*

1. Решите неравенство

$$\log_{x+2}(\sqrt{x+3} + 1) \leq 1.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{25-x^2} - \sqrt{25-y^2} = 1, \\ \sqrt{25-x^2} + \sqrt{25-y^2} = y^2 - 2x^2 + 2x + 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение

$$\sin 3x + 3|\sin x| = \cos 4x - \cos 2x.$$

4. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $ABCD$  равна  $\sqrt{2}$ , высота  $SO$  равна 2. Точка  $K$  лежит на высоте  $SO$ , причем  $KS : KO = 1 : 3$ . Через точку  $K$  проведена плоскость  $\Pi$ , перпендикулярная прямой  $SA$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\Pi$ , расстояние от точки  $D$  до плоскости  $\Pi$  и угол между плоскостью  $\Pi$  и прямой  $SD$ .

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x + \sqrt{2} \cos y = \frac{3}{2}, \\ \sqrt{2} \sin y + \sqrt{3} \cos x = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

6. В трапецию  $ABCD$  можно вписать окружность. Длины ее боковых сторон  $AB$  и  $CD$  равны 3 и 5 соответственно, а длина основания  $AD$  больше длины  $BC$ . Средняя линия трапеции делит ее на две части, отношение площадей которых равно  $\frac{5}{11}$ . Найдите радиус вписанной в трапецию окружности и длины ее диагоналей.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. При движении автобуса по горизонтальному участку дороги у него устанавливается скорость  $v$ , если на ведущие колеса передается мощность  $N$ . При движении на спуске с углом наклона поверхности дороги к горизонту  $\alpha$  ( $\sin \alpha = 1/30$ ) при передаваемой на ведущие колеса той же мощности  $N$  у автобуса устанавливается скорость  $3v/2$ . При движении на

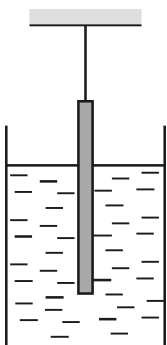


Рис. 1

подъеме при передаваемой на ведущие колеса мощности  $2N$  у автобуса устанавливается скорость  $v/2$ . Найдите синус угла наклона поверхности дороги к горизонту на подъеме. Сила сопротивления движению автобуса пропорциональна его скорости. Все участки дороги прямые.

2. Однородный стержень постоянного поперечного сечения висит на нити, при этом 70% длины стержня находится в воде (рис.1). Когда стержень переместили вверх, оставив в воде 30% его длины, сила натяжения нити увеличилась на 20%. Найдите плотность материала стержня. Плотность воды  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ .

3. Газообразный гелий из начального состояния 1 (рис.2) расширяется в процессе 1-2 с постоянной теплоемкостью, совершая работу  $A_{12} = 400 \text{ Дж}$ . Затем к газу подводится количество теплоты  $Q_{23} = 400 \text{ Дж}$  в процессе 2-3, в котором давление прямо пропорционально объему. Температуры в состояниях 1 и 3 равны.

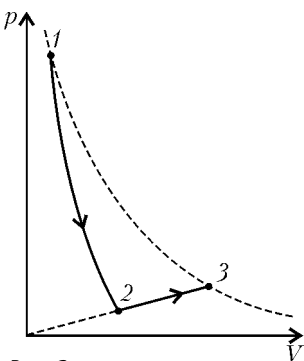


Рис. 2

1) Найдите количество теплоты, подведенное к газу в процессе 1-2.

2) Найдите молярную теплоемкость газа в процессе 1-2, выразив ее через  $R$ .

4. В цепи, показанной на рисунке 3, все элементы можно считать идеальными. В начальный момент ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует. Ключ на некоторое время замыкают, а потом размыкают. Оказалось, что после замыкания ключа в цепи выделилось в два раза больше тепла, чем при замкнутом ключе. Найдите отношение заряда, протекшего через

источник при замкнутом ключе, к заряду, протекшему через резистор после размыкания ключа.

5. Тонкая линза создает изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы увеличить вдвое, получается прямое изображение с увеличением, вдвое большим первоначального увеличения. С каким увеличением изображался предмет вначале?

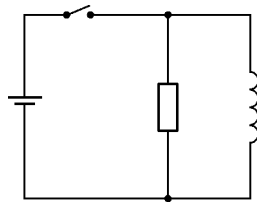


Рис. 3

*Публикацию подготовили Д.Александров, П.Кожевников,  
Р.Константинов, В.Чивилёв, М.Шабунин*

# НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. На наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом, лежат два бруска (рис.1). Коэффициент трения между нижним бруском массой  $m_1$  и плоскостью равен  $\mu$ , а между верхним бруском массой  $m_2$  и плоскостью трение отсутствует. При каком максимальном угле  $\alpha$  бруски будут удерживаться на наклонной плоскости?

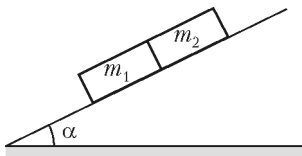


Рис. 1

2. Электродвигатель, рассчитанный на потребление одной и той же мощности при двух напряжениях 220 В и 380 В, подключен к электростанции с помощью длинных подводящих проводов. Напряжение на электродвигателе равно 220 В. Во сколько раз изменится мощность, рассеиваемая на подводящих проводах, если напряжение на электродвигателе поднять до 380 В?

3. Цилиндрическое горлышко колбы закрыто поршнем высотой  $h$  и диаметром  $D$ , который может перемещаться без трения (рис.2). В колбе находится воздух объемом  $V$ . Колбу медленно нагревают. Во сколько раз увеличится температура колбы, прежде чем поршень из нее выдавится?

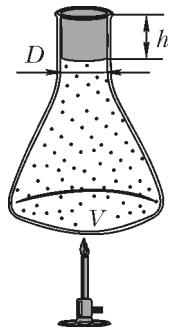


Рис. 2

4. На бесконечных рельсах поперек лежит проводящая перемычка, имеющая массу  $M$  и сопротивление  $R$  (рис.3). Вся система находится в однородном магнитном поле  $\vec{B}$ , направленном перпендикулярно перемычке под углом  $\alpha$  к вертикали. Между рельсами включают батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$ , и перемычка начинает двигаться. Коэффициент трения между перемычкой и

рельсами  $\mu$ . Найдите установившуюся скорость перемычки, если известно, что в процессе движения она не отрывалась от рельсов. Внутренним сопротивлением батарейки, сопротивлением рельсов и подводящих проводов пренебречь. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

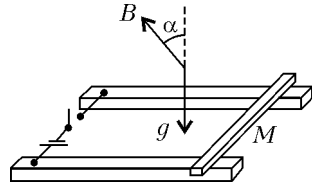


Рис. 3

**5.** Оцените, во сколько раз среднее расстояние между центрами молекул воздуха превышает среднее расстояние между центрами молекул воды при нормальных условиях. Предполагается, что вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их численные значения и получить численный результат.

*Внимание!* Задача считается решенной, если помимо правильного ответа приведены необходимые объяснения.

*Публикацию подготовили  
А.Погосов, В.Баткин, А.Киприянов, М.Махмудиан*

## РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НЕФТИ И ГАЗА ИМЕНИ И.М.ГУБКИНА

### ФИЗИКА

Вступительный экзамен проводился для тех абитуриентов, которые имели право не сдавать единый государственный экзамен: для выпускников техникумов, выпускников школ прежних лет, иностранцев и освобожденных от ЕГЭ по состоянию здоровья. Экзамен был письменный и оценивался по 100-балльной шкале. Задачи В1 – В12 в каждом варианте оценивались максимум в 5 баллов, задачи С1 – С4 – максимум в 10 баллов каждая.

#### *Вариант 1*

**В1.** В течение первых 5 часов поезд двигался со средней скоростью 70 км/ч, а затем в течение 4 часов – со средней скоростью 25 км/ч. Найдите среднюю скорость поезда за все время движения.

**В2.** Под действием некоторой постоянной силы тележка, двигаясь из состояния покоя, прошла путь 40 см. Когда на тележку положили груз массой 6 кг, под действием той же силы за то же время тележка прошла из состояния покоя путь 10 см. Какова масса тележки?

**В3.** Шар массой 100 г, двигавшийся со скоростью 5 м/с, сталкивается абсолютно неупруго с шаром массой 150 г, двигавшимся в том же направлении со скоростью 4 м/с. Найдите скорость шаров после удара.

**В4.** С высоты 10 м над поверхностью земли вертикально вверх брошен мяч массой 500 г со скоростью 6 м/с. Мяч упал на поверхность земли со скоростью 10 м/с. Определите абсолютную величину работы, совершаемой силой сопротивления воздуха при движении мяча.

**В5.** После разгрузки в гавани осадка парохода уменьшилась на 80 см. Сколько тонн груза сняли с парохода, если площадь сечения парохода на уровне ватерлинии равна 3600 м<sup>2</sup> ?

**В6.** Баллон емкостью 16,6 л содержит 550 г углекислого газа.



Баллон выдерживает давление не выше  $4 \cdot 10^6$  Па. При какой температуре баллон может разорваться? Молярная масса углекислого газа  $44 \text{ кг/кмоль}$ .

**В7.** В ванну налили  $140 \text{ кг}$  воды при  $10^\circ \text{C}$ . Сколько килограммов воды при температуре  $100^\circ \text{C}$  нужно добавить в ванну, чтобы тепловое равновесие установилось при  $37^\circ \text{C}$ ?

**В8.** Два точечных заряда находятся в вакууме на расстоянии  $0,05 \text{ м}$  друг от друга. Если их поместить в жидкий диэлектрик и увеличить расстояние между ними на  $10 \text{ см}$ , то сила взаимодействия зарядов уменьшится в  $18$  раз. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

**В9.** Аккумулятор замкнут на сопротивление  $5 \text{ Ом}$ . Для измерения силы тока в сеть включили амперметр с внутренним сопротивлением  $2 \text{ Ом}$ , и он показал ток  $10 \text{ А}$ . Какова была сила тока в цепи до включения амперметра? Внутренним сопротивлением аккумулятора пренебречь.

**В10.** Плоский виток, площадь которого  $10 \text{ см}^2$ , расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Найдите абсолютную величину ЭДС, возникающей в витке, если индукция поля равномерно убывает от  $0,7 \text{ Тл}$  до  $0,2 \text{ Тл}$  за  $10^{-4} \text{ с}$ .

**В11.** Математический маятник длиной  $0,1 \text{ м}$  совершает гармонические колебания с амплитудой  $0,07 \text{ м}$ . Определите наибольшее ускорение грузика маятника.

**В12.** При бомбардировке нейтронами ядра атома алюминия  ${}_{13}^{27}\text{Al}$  испускается  $\alpha$ -частица и образуется ядро некоторого изотопа. Определите количество нейтронов в ядре вновь образовавшегося изотопа.

**С1.** Гирька массой  $200 \text{ г}$ , привязанная к резиновому шнуру, вращается с угловой скоростью  $5 \text{ рад/с}$  по окружности в горизонтальной плоскости так, что шнур составляет угол  $60^\circ$  с вертикалью. Найдите длину нерастянутого шнура, если его жесткость  $20 \text{ Н/м}$ .

**С2.** Нижние концы симметричной лестницы-стремянки соединены веревкой длиной  $3 \text{ м}$ , при этом верхняя точка лестницы находится на высоте  $3 \text{ м}$ . Чему будет равна сила натяжения веревки в тот момент, когда человек массой  $80 \text{ кг}$  поднимется на высоту  $2,4 \text{ м}$ ? Массой лестницы и трением пренебречь.

**С3.** Два одинаковых воздушных конденсатора соединены последовательно и присоединены к источнику постоянного напряжения. У одного из конденсаторов в  $5$  раз уменьшают расстояние между пластинами. Во сколько раз уменьшится напряжение на этом конденсаторе?

**С4.** На рассеивающую линзу с фокусным расстоянием 10 см падает цилиндрический пучок лучей, параллельных главной оптической оси. За линзой на расстоянии 20 см от нее установлен экран, на котором получается круглое светлое пятно диаметром 24 см. Определите диаметр пучка лучей.

*Вариант 2*

**В1.** Велосипедист, проехав 2 км со скоростью 6 км/ч, остановился и отдыхал в течение 40 мин. Оставшиеся 8 км пути он проехал со скоростью 8 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на всем пути.

**В2.** Под действием некоторой постоянной силы тележка, двигаясь из состояния покоя, прошла путь 40 см. Когда на тележку положили груз массой 2 кг, под действием той же силы за то же время тележка прошла из состояния покоя путь 30 см. Какова масса тележки?

**В3.** Электровоз массой  $1,8 \cdot 10^5$  кг, движущийся со скоростью 1,5 м/с, сталкивается с неподвижным вагоном массой  $4,5 \cdot 10^4$  кг, после чего они движутся вместе. Найдите скорость совместного движения.

**В4.** Шар массой 3 кг, имеющий скорость 4 м/с, испытывает абсолютно неупругий удар с покоящимся шаром такой же массы. Какое количество теплоты выделяется при ударе?

**В5.** Однородный шар плавает на поверхности воды, на 60% погруженный в воду. Чему равен объем шара, если на него действует выталкивающая сила 3 Н?

**В6.** Газ массой 0,006 кг, находящийся в баллоне при  $27^\circ\text{C}$ , создает давление 300 кПа. Найдите молярную массу газа, если известно, что кислород (молярная масса 32 кг/кмоль) массой 60 г создает в таком же баллоне при  $47^\circ\text{C}$  давление 200 кПа.

**В7.** Нужно смешать воду при температуре  $60^\circ\text{C}$  и воду при температуре  $10^\circ\text{C}$  так, чтобы температура смеси оказалась равной  $20^\circ\text{C}$ . Во сколько раз больше надо взять холодной воды, чем горячей?

**В8.** Два точечных заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии 10 см с силой 10 мН, а в жидком диэлектрике на расстоянии 5 см – с силой 20 мН. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

**В9.** Десять ламп сопротивлением 24 Ом каждая, рассчитанные на напряжение 16 В, соединены последовательно и подключены к сети постоянного напряжения 220 В последовательно с сопротивлением. Какова должна быть величина этого сопротивления, чтобы лампы горели полным накалом?